



Universidad Nacional  
de Entre Ríos

## Doctorado en Ingeniería

*Facultad de Ciencias Agropecuarias, Ciencias de la Alimentación e  
Ingeniería*

**Carrera:** Doctorado en Ingeniería

**Mención:** Todas

**Curso de Posgrado:** Elementos de Matemática Aplicada

**Carga Horaria:** 60 horas

**Docente a cargo:** - Dr. Emiliano Pablo Ravera.

**Semestre:** 2º

**Docente(s) colaborador(es):** Dr. Juan Felipe Restrepo.

### Características del curso

1. **Carga horaria:** la cantidad de horas reloj: 60 hs
2. **Curso teórico-práctico:** curso que articula la modalidad del curso teórico con una actividad de la práctica con relación a la temática de estudio. Lo teórico y lo práctico se dan simultáneamente en forma interrelacionada: **Teórico-práctico.**
3. **Carácter,** si son del ciclo común o del ciclo electivo: **Ciclo común.**

**Programa Analítico de foja:** 2 a foja: 7

**Bibliografía de foja:** 3 a foja: 7

**Aprobado Resoluciones de Consejos Directivos:**

**Fecha:**

**Modificado/Anulado/ Res. Cs. Ds.:**

**Fecha:**

**Carece de validez sin la certificación del Director/a del Doctorado:**



Universidad Nacional  
de **Entre Ríos**

Facultades de Ingeniería, Ciencias Agropecuarias y  
Ciencias de la Alimentación

**PROGRAMA ANALÍTICO**

## Unidad 1: Revisión de cálculo vectorial y ecuaciones diferenciales

Coordenadas Generalizadas. Aplicaciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^n$ . El determinante Jacobiano. La integral como un promedio en coordenadas generalizadas. Cambio de variables en integrales dobles y triples. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO): Definiciones y terminología. Problemas con valores iniciales. Introducción a las EDOs Lineales de orden  $n$ : caso homogéneo, no homogéneo, problemas con valores iniciales, teorema de existencia y unicidad. Ecuaciones diferenciales de primer orden autónomas. Variables separables. La EDO lineal de primer orden. La EDO lineal de segundo orden, caso homogéneo: principio de superposición, solución general. Solución General de la EDO lineal de segundo orden homogénea a coeficientes constantes. La EDO lineal de segundo orden, caso no homogéneo: solución general. Superposición para el caso no homogéneo. Método de los coeficientes indeterminados. Método de variación de los parámetros. Aplicaciones.

## Unidad 2: Revisión de álgebra lineal

Álgebra matricial. Operaciones básicas entre matrices. Ecuaciones lineales: sistemas y soluciones. Matrices ortogonales. Diagonalización. Autovalores y autovectores. Matrices definidas positivas y negativas. Descomposición en valores singulares. Pseudoinversa de una matriz. Método de GRAM-SHMIDT. Factorización de matrices: LU, QR y SVD.

## Unidad 3: Ecuaciones en derivadas parciales

Funciones ortogonales. Series de Fourier. Series de Fourier de cosenos y senos. Problema de Sturm-Liouville. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) separables. EDP clásicas unidimensionales y problemas con valores en la frontera. Ecuación de difusión y ecuación de ondas. EDP clásicas en varias variables. Método de separación de variables para EDP en varias variables. Ecuación de difusión y ecuación de ondas bidimensionales en coordenadas rectangulares y polares. Aplicaciones.

## Unidad 4: Introducción a la Optimización

Programación lineal. Programación no lineal. Optimalidad y dualidad en programación no lineal. Problemas con restricciones de igualdad y desigualdad. Problemas de minimización de error cuadrático medio: SVD y QR.



Universidad Nacional  
de **Entre Ríos**

Facultades de Ingeniería, Ciencias Agropecuarias y  
Ciencias de la Alimentación

## BIBLIOGRAFÍA

- Rogawski, Jon. Cálculo: una variable (Segunda versión original), Ed. Reverté, 2012.
- Rogawski, Jon. Cálculo: varias variables (Segunda versión original), Ed. Reverté, 2012.
- Marsden, Jerrold E. y Tromba, Anthony J. Cálculo vectorial (Quinta edición), Ed. Pearson Addison Wesley, 2004.
- Edwin, Herman y Gilbert, Strang. Calculus Volume 3, Ed. OpenStax, Rice University, 2017.
- Boyce, William y DiPrima Richard. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera (Cuarta edición), Ed. impresa Limusa-Wiley, Ed. digital Educación para todos, UNAM, 2000.
- Edwards, Henry y Penney, David. Ecuaciones diferenciales, Ed. Pearson Education, 2005.
- Kaplan, Wilfred. Matemática avanzada para estudiantes de ingeniería, Ed. Addison-Wesley, 1985.
- Álgebra Lineal y sus Aplicaciones. Lay David C. Pearson educación. 2007.
- Aplicaciones de Álgebra Lineal - Tercera Edición en Español. Grossman Stanley I. McGraw-Hill. 1992



Universidad Nacional  
de Entre Ríos

Facultades de Ingeniería, Ciencias Agropecuarias y  
Ciencias de la Alimentación

## PLANIFICACIÓN DEL CURSO

### Objetivos Generales:

- Comprender los principios teóricos, conceptos y métodos fundamentales del Análisis y Cálculo Matemático.
- Afianzar conceptos básicos del Análisis y Cálculo Matemático.
- Estudiar las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en un contexto multivariado.
- Conocer y comprender aspectos básicos de optimización lineal y no lineal.
- Incrementar sus habilidades y destrezas que brinda la rigurosidad de la notación Matemática en el ámbito académico.

### Objetivos Particulares:

- Hacer uso de las posibilidades que brinda el Análisis y Cálculo Matemático para expresar modelos de fenómenos biológicos, físicos u otros relacionados con la Ciencia y Tecnología de Alimentos, Ciencias Agropecuarias y Bioingeniería.
- Aplicar estrategias, conceptos y métodos del Análisis y Cálculo Matemático para resolver problemas matemáticos.
- Incrementar sus habilidades de pensamiento lógico.
- Utilizar software matemáticos como herramienta básica de cómputo para las futuras actividades de investigación.

### Conocimientos previos requeridos (Si correspondiese).

Conocimientos básicos de Álgebra lineal y Cálculo diferencial e integral en una y varias variables.

### Fecha tentativa de inicio del dictado y duración del Curso (en semanas).

**Cupo de alumnos** (cantidades mínima y máxima). Mínimo: 5 alumnos. Máximo: 20 alumnos.

**Lugar:** FI-UNER (aula a definir según disponibilidad).

**Día(s) y horario(s) tentativo(s) de dictado:** Lunes de 15:00 a 18:00 hs.

**Fecha de Recuperatorio:** a definir en caso de ser necesario.

### Metodología de Trabajo:

El curso se dictará en 14 clases teórica-prácticas de 3 horas de duración cada una. Se prevee 1 encuentro semanal a lo largo de 14 semanas, totalizando 42 hs de clases presenciales, complementadas con 18 hs nominales de trabajo no presencial para la resolución de las guías de trabajos prácticos y la realización del trabajo final.

El contenido de la materia se desarrollará en clases teóricas y clases prácticas. A través de estas dos instancias se busca que el alumno asimile, sobre la base de los conocimientos que ya posee, los nuevos

conceptos asociados con situaciones prácticas.

- **Clases teóricas**

En las clases teóricas (de 2 horas de duración) se hará un desarrollo de los temas del programa con ejemplos y aplicaciones que servirán para una mejor aprehensión por parte del estudiante, siempre fomentando su participación.

Estas clases tendrán un sesgo teórico-coloquial, permitiendo de esta manera ser más descriptivas. En ellas se enuncian los aspectos fundamentales del tema a desarrollar, aplicando el rigor matemático/físico necesario y apelando a conceptos desarrollados en asignaturas anteriores del plan de estudios. Se busca generar un espacio de intercambio con el alumno en el cual se plantean experiencias externas que permitan desarrollar los esquemas internos del conocimiento a través de preguntas disparadoras. De esta manera se espera que el alumno realice una ponderación de las ideas desarrolladas y establezca un orden de las mismas de manera de asimilar los conceptos fundamentales del tema en cuestión.

- **Clases Prácticas**

En las clases prácticas (de 1 hora de duración) se planifica conformar un espacio de trabajo grupal con el principal objetivo de abordar la resolución de problemas matemáticos que impliquen la selección del método de resolución más adecuado, la elaboración de conjeturas sobre un tipo de solución, la validación de la solución encontrada o el rechazo de la conjetura realizada. También se propondrán problemas que consideren adecuados para que los estudiantes realicen en la clase en forma individual o grupal, con el objetivo de afianzar conceptos y métodos, discutiendo de manera grupal los que presenten más dificultades.

Además, en este espacio se planifican actividades de trabajo grupal a desarrollarse en computadoras. Estas actividades se centran en la resolución de problemas con apoyo de Software de aplicación matemática. Este espacio persigue dos objetivos fundamentales: i) Dar una mirada holística de reflexión y cierre de todos los contenidos abordados por cada Unidad Didáctica; y ii) introducir a los alumnos en el conocimiento y manejo crítico de un Software específico de aplicación matemática.

- **Uso de TICs**

Se prevé, la utilización de la plataforma MOODLE para generar un espacio donde el cuerpo docente mantendrá una fluida comunicación con los alumnos facilitando el seguimiento de su proceso de formación.

- **Guía de actividades:**

Se prevee el desarrollo una guía de actividades por cada una de las Unidades Didácticas propuestas. En la misma se detallan los temas a tratar durante en las distintas actividades de trabajo planificadas por la cátedra (presenciales o virtuales), presentando claramente los objetivos, contenidos y bibliografía necesaria para cada una de las actividades. Los diferentes aspectos y habilidades a desarrollar dentro de las actividades planificadas semanalmente son:

- Desarrollo de habilidades para una lectura reflexiva y crítica, se incorporan preguntas, indicaciones y sugerencias para dirigir una lectura comprensiva (obligatoria) del material bibliográfico de referencia.
- Desarrollo de habilidades para el manejo de un lenguaje matemático preciso, mediante el uso de terminología matemática, especialmente en el estudio y demostración de los teoremas analizando detalles de lógica, útiles y necesarios, para entender y aplicar los mismos correctamente.

--

**Profesores**

**Docente responsable:** Dr. Emiliano P. Ravera.

**Docente(s) colaborador(es):** Dr. Juan Felipe Restrepo.

**Actividades a desarrollar por cada docente:**

El Dr Ravera, además de ser el responsable del curso, tendrá a cargo el dictado de las clases teóricas-prácticas presenciales.

El Dr. Restrepo, colaborará en las instancias prácticas presenciales y serán responsable de las actividades prácticas propuestas de manera virtual.

Finalmente, todos los docentes del curso participarán activamente en las actividades (consultas, elección del tema y evaluación) relacionadas con el trabajo final planificado para el curso.

**Condiciones de Regularidad y Promoción:**

Para alcanzar la regularidad cada alumno deberá presentar y aprobar todas las guías de actividades resueltas en forma individual con un puntaje mayor a 50 puntos.

Para alcanzar la condición de promoción, cada alumno deberá cumplir las condiciones de regularidad y aprobar el trabajo final del curso.

El trabajo final del curso consiste en elegir, con la ayuda del docente, un artículo científico que tenga

relación con alguna de las temáticas del curso. El alumno deberá analizar las metodologías propuestas en el artículo, los resultados obtenidos a partir de los experimentos o simulaciones y la congruencia en las conclusiones. El alumno deberá presentar de manera oral un informe del artículo seleccionado con su análisis.

**Infraestructura necesaria:**

Pizarra y cañón proyector. PC o notebook con Matlab u Octave por cada dos alumnos.

**Cronograma del curso:**

El curso comprenderá el dictado de 14 encuentros, una por semana, en forma consecutiva desde la semana del 21 de Agosto de 2019 en adelante con los siguientes temas.

Semana 1: Presentación del curso y la metodología propuesta.

Semana 2: Revisión de funciones de varias variables y tipos de integrales. Aplicaciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^n$ . Fórmula general de integración con cambio de variables. Coordenadas polares, cilíndricas y esféricas como casos particulares de Aplicaciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^n$ . (Secs. 16.6, 16.4, 12.3 y 13.7 (Rogawski II)).

Semana 3: Integrales de línea y superficie. Campos vectoriales. Teoremas fundamentales del análisis vectorial. Aplicaciones. (Caps. 17 y 18 (Rogawski II)).

Semana 4: Introducción a las Ecuaciones Diferenciales. EDO de primer y segundo orden. Métodos de resolución. Aplicaciones. (Cap 10 (Rogawski I) y Cap 3 (Boyce-DiPrima)).

Semana 5: Repaso de Álgebra Matricial y Determinantes. (Cap. 2 y Cap. 3 (Lay)). Espacios vectoriales. Aplicaciones. (Cap 4 (Lay)).

Semana 6: Matrices ortogonales. Diagonalización. Autovalores y autovectores. Matrices definidas positivas y negativas. (Cap 5 (Lay))

Semana 7: Factorización de Matrices. Factorización LU. Aplicaciones (Sec 2.5 (Lay)). Descomposición en valores singulares. Pseudoinversa de una matriz. Método de GRAM-SHMIDT (Cap 6 (Lay))

Semana 8: Funciones ortogonales. Series de Fourier. Series de Fourier de cosenos y senos. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) separables. EDP clásicas unidimensionales y problemas con valores en la frontera. Ecuación de difusión y ecuación de ondas. (Cap.10 (Boyce))

Semana 9: Funciones ortogonales. Series de Fourier. Series de Fourier de cosenos y senos. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) separables. EDP clásicas unidimensionales y problemas con valores en la frontera. Ecuación de difusión y ecuación de ondas. (Cap.10 (Boyce))

Semana 10: Programación lineal. Método simplex. ( Cap 1. (Grossman Aplicaciones de Álg.)

Semana 11: Programación no lineal. Optimalidad y dualidad en programación no lineal. Problemas con restricciones de igualdad y desigualdad (Cap 1. (Grossman Aplicaciones de Álg.)).

Semana 12: Problemas de minimización de error cuadrático medio (Sec. 7.2, Sec 7.3 (Lay) ).

Semana 13: Selección de artículo para el trabajo final del curso y consultas para preparar los trabajos final.

Semana 14: Exposición del trabajo final.